

Implementasi *Microsoft Visual Basic 6.0* pada Perhitungan Determinan Matriks Hermite dengan Metode Ekspansi Laplace

Khaerun Nisa'

Balai Penelitian dan Pengembangan Agama Makassar

Corresponding Author : kn.khaerunnisa@gmail.com

Abstrak

Perhitungan determinan matriks Hermite menggunakan metode ekspansi Laplace dengan ordo ≥ 3 secara manual akan menghabiskan banyak waktu dan rawan terhadap kesalahan. Sehingga untuk mengatasi permasalahan tersebut, dibutuhkan suatu *software* yang dapat membantu perhitungan determinan matriks tersebut, yakni *Microsoft Visual Basic 6.0*. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui perhitungan determinan matriks Hermite menggunakan metode ekspansi Laplace secara manual dan dengan program komputer *Microsoft Visual Basic 6.0*. Jenis penelitian ini adalah kajian teoritis yang bersifat studi literatur yang membahas mengenai implementasi perangkat lunak *Microsoft Visual Basic 6.0* pada perhitungan determinan matriks Hermite dengan metode ekspansi Laplace. Langkah-langkah penyelesaian permasalahan dilakukan dengan terlebih dahulu menghitung determinan matriks Hermite hingga ordo 4 dengan metode ekspansi Laplace secara manual. Berdasarkan hasil perhitungan manual, kemudian dirumuskan dalam bentuk algoritma yang diturunkan dalam bentuk *flowchart*. Adapun langkah pembuatan algoritma yakni mendefinisikan masalah, menentukan alternatif solusi, memilih algoritma, menuliskan program dan menguji program. Hasil penelitian menunjukkan bahwa strategi terbaik perhitungan manual determinan matriks Hermite menggunakan metode ekspansi Laplace adalah dengan mengekspansi sebuah baris atau kolom yang mengandung bilangan nol terbanyak, karena akan memudahkan dalam proses perhitungan. Penggunaan *Microsoft Visual Basic 6.0* memudahkan perhitungan determinan matriks Hermite dengan metode ekspansi Laplace khususnya untuk matriks yang berordo besar, dan mencegah terjadinya kesalahan dalam perhitungan.

Kata Kunci : Matriks Hermite, Metode Ekspansi Laplace, *Microsoft Visual Basic 6.0*,

PENDAHULUAN

Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang mempunyai banyak manfaat. Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang sangat pesat saat ini, tidak lepas dari peranan ilmu matematika. Beberapa pakar menyatakan bahwa matematika sebagai dasar bagi ilmu-ilmu lain dan berperan sebagai pendukung ilmu lain. Salah satu cabang ilmu matematika yang sangat penting peranannya adalah aljabar. Aljabar mempelajari tentang penyerhanaan dan pemecahan masalah dengan menggunakan simbol sebagai pengganti konstanta dan variabel. Seperti halnya statistik, analisis, geometri, dan matematika terapan, aljabar juga mempunyai pokok permasalahan yang perlu dikembangkan lebih lanjut, yaitu

aljabar linier. Aljabar linier pada dasarnya bidang studi matematika yang mempelajari sistem persamaan linier dan solusinya, vektor, transformasi linier serta matriks dan operasinya. Determinan termasuk pokok bahasan yang terdapat dalam aljabar linier. Determinan mempunyai peranan penting dalam menyelesaikan beberapa persoalan dalam aljabar linier, diantaranya adalah proses untuk mencari invers matriks, menyelesaikan persamaan linier, dan menentukan persamaan karakteristik suatu persoalan dalam menentukan nilai eigen.

Umumnya dalam berbagai literatur telah dikenal beberapa metode dalam menentukan nilai determinan suatu matriks, salah satunya adalah metode ekspansi Laplace. Penulis memilih metode ekspansi Laplace, dikarenakan metode tersebut dianggap lebih singkat dengan resiko kesalahan lebih kecil dibanding dengan metode yang telah ada sebelumnya. Menentukan nilai determinan menggunakan metode Laplace, yaitu dengan mengekspansi matriks yang akan dicari nilai determinannya menjadi sub-determinan matriks ordo 2, yaitu dengan mengalikan elemen-elemen dari suatu baris atau kolom yang dipilih sembarang dengan kofaktor-kofaktornya, kemudian menambahkan hasil-hasil perkalian yang dihasilkan (Herlim, 2007).

Pada penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh (Herlim, 2007) dengan judul “metode ekspansi Laplace dalam menentukan nilai determinan suatu matriks” hanya mengkaji mengenai penentuan nilai determinan matriks dengan entri-entri bilangan bulat menggunakan metode ekspansi Laplace hingga ordo 5. Perhitungan nilai determinan pada matriks yang memiliki ordo besar secara manual tentunya akan menghabiskan banyak waktu dan rawan terhadap kesalahan perhitungan. Oleh karena itu, sebagai pengembangan dari penelitian tersebut, pada penelitian ini penulis mengkaji mengenai penentuan nilai determinan matriks Hermite dengan menggunakan metode ekspansi Laplace dan mengimplementasikannya dengan program komputer *Microsoft Visual Basic 6.0*. Menurut (Anton dan Rorres, 2004) matriks Hermite adalah matriks bujur sangkar dengan entri-entri kompleks, dimana unsur-unsur yang terdapat pada diagonal utama matriks adalah bilangan-bilangan \mathbb{R} dan bayangan cermin dari masing-masing unsur terhadap diagonal utama adalah kompleks sekawannya.

Microsoft Visual Basic 6.0 atau sering disebut VB adalah satu bahasa pemrograman komputer yang dikembangkan oleh *Microsoft* sejak tahun 1991 dan merupakan pengembangan dari pendahulunya yaitu BASIC (*Beginner's All-purpose Symbolic Instruction Code*) yang dikembangkan pada era 1950an. *Visual basic* merupakan salah satu *development tool*, yaitu alat bantu untuk membuat berbagai macam program komputer, khususnya operasi *Windows*, dapat

juga berupa program *database*, dan program grafis lainnya. *Visual Basic* ini merupakan salah satu bahasa pemrograman komputer yang mendukung *object (Object Oriented Programming=OPP)*(Subair dan Yanto, 2003).

Sejalan dengan permasalahan yang telah dirumuskan di atas, maka adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menghitung determinan matriks Hermite menggunakan metode ekspansi Laplace secara manual dan dengan bantuan program perangkat lunak *Microosft Visual Basic 6.0*.

METODE PENELITIAN

Bahan

Penelitian ini bersifat studi literatur, maka bahan yang dibutuhkan dalam penelitian ini adalah informasi mengenai teori-teori yang berkaitan dengan aljabar linier, yaitu bilangan kompleks, determinan, metode ekspansi Laplace, matriks Hermite, dan perangkat lunak *Microsoft Visual Basic 6.0*.

Prosedur Penelitian

Berikut adalah prosedur penelitian :

1. Mengalisis teori-teori yang berkaitan dengan aljabar linier, yaitu bilangan kompleks, determinan, metode ekspansi Laplace, matriks Hermite, dan perangkat lunak *Microsoft Visual Basic 6.0*.
2. Merumuskan masalah. Setelah mengalisis teori-teori yang dikemukakan pada langkah pertama, maka langkah selanjutnya adalah merumuskan masalah, yaitu rancangan terlebih dahulu mengenai permasalahan yang akan dibahas. Masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana menggunakan metode ekspansi Laplace tanpa bantuan program komputer dan dengan bantuan program perangkat lunak *Microsoft Visual Basic 6.0*.
3. Melaksanakan penelitian. Menghitung determinan matriks Hermite menggunakan metode ekspansi Laplace tanpa program komputer, berdasarkan hasil yang diperoleh dari proses perhitungan manual tersebut maka perhitungan determinan matriks Hermite dengan bantuan *Microsoft Visual Basic 6.0* dapat dikerjakan.
4. Memperoleh dan menganalisis hasil penelitian. Setelah melaksanakan penelitian, maka diperoleh nilai determinan matriks Hermite menggunakan metode ekspansi Laplace tanpa bantuan komputer dan dengan bantuan program komputer yaitu *Microsoft Visual Basic 6.0*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Berikut ini akan mengenai penggunaan metode ekspansi Laplace pada perhitungan nilai determinan matriks Hermite ordo 3 dan ordo 4.

Matriks Hermite Ordo 3

$$A = \begin{bmatrix} a & b + ci & d + ei \\ b - ci & f & g + hi \\ d - ei & g - hi & j \end{bmatrix} \text{ dimana } a, b, c, d, e, f, g, h, j = \text{riil}, i = \text{imaginer}$$

Menentukan nilai determinan matriks Hermite **A** ordo 3 dengan menggunakan metode ekspansi Laplace adalah dengan mengekspansi matriks Hermite **A** menjadi ordo 2, kemudian dicari nilai determinannya. Dengan menggunakan langkah-langkah berikut : (1) Mengekspansi matriks Hermite **A** sepanjang baris atau kolom sembarang, (2) Mengalikan elemen-elemen baris atau kolom dari matriks Hermite **A** yang telah dipilih dengan masing-masing kofaktornya sampai diperoleh sub-matriks ordo 2, (3) Menambahkan hasil-hasil perkalian yang dihasilkan, sehingga diperoleh nilai determinannya.

Berdasarkan langkah-langkah yang telah disebutkan di atas, untuk matriks Hermite **A** ordo 3 diperoleh ekspansi Laplace sepanjang baris atau kolom sebagai berikut :

Ekspansi Laplace sepanjang baris :

Baris pertama, diperoleh det (**A**) : $a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13}$

Baris kedua, diperoleh det (**A**) : $a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + a_{23}C_{23}$

Baris ketiga, diperoleh det (**A**) : $a_{31}C_{31} + a_{32}C_{32} + a_{33}C_{33}$

Ekspansi Laplace sepanjang kolom :

Kolom pertama, diperoleh det (**A**) : $a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + a_{31}C_{31}$

Kolom kedua, diperoleh det (**A**) : $a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + a_{32}C_{32}$

Kolom ketiga, diperoleh det (**A**) : $a_{13}C_{13} + a_{23}C_{23} + a_{33}C_{33}$

Menentukan nilai determinan matriks Hermite ordo 3 ini beserta langkah-langkahnya akan ditunjukkan dengan mengambil misal matriks **A** diekspansi Laplace sepanjang baris pertama sehingga diperoleh pula masing-masing kofaktornya.

$$A = \begin{bmatrix} a & b + ci & d + ei \\ b - ci & f & g + hi \\ d - ei & g - hi & j \end{bmatrix} \text{ dimana } a, b, c, d, e, f, g, h, j = \text{riil}, i = \text{imaginer}$$

Mengekspansi matriks Hermite A sepanjang baris pertama :

$$\begin{aligned}
 \det(A) &= a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} \\
 &= a_{11}(-1)^{1+1}|M_{11}| + a_{12}(-1)^{1+2}|M_{12}| + a_{13}(-1)^{1+3}|M_{13}| \\
 \det(A) &= a \begin{vmatrix} f & g+hi \\ g-hi & j \end{vmatrix} - (b+ci) \begin{vmatrix} b-ci & g+hi \\ d-ei & j \end{vmatrix} + (d+ei) \begin{vmatrix} b-ci & f \\ d-ei & g+hi \end{vmatrix} \\
 &= a[fj - (g+hi)(g-hi)] - (b+ci)[(b-ci)j - (g+hi)(d-ei)] \\
 &\quad + (d+ei)[(b-ci)(g-hi) - f(d-ei)] \\
 &= afj - ag^2 - ah^2 - b^2j - c^2j + bdg + beh - begi + bdhi + cdgi + cehi \\
 &\quad + ceg - cdh + bdg - chd - bdhi - cdgi + beg + ceh + beh + ceg - d^2f - e^2f \\
 &= afj - ag^2 - ah^2 - b^2j - c^2j + bdg + beh + ceg - cdh + bdg - cdh + beg + \\
 &\quad - ceh + beh + ceg - d^2f - e^2f - begi + bdhi + cdgi + cehi - bdhi - cdgi \\
 &= afj - ag^2 - h^2 - b^2j - c^2j + 2bdg + 2beh + 2ceg - 2cdh + beg - ceh - d^2f + \\
 &\quad - e^2f - begi + ceh \\
 &= afj - ag^2 - ah^2 - b^2j - c^2j - d^2f + 2bdg + 2beh + 2ceg - 2cdh + beg + \\
 &\quad - ceh + (ch - bg)ei
 \end{aligned}$$

Misal :

$$\begin{bmatrix} 1 & -i & 1+2i \\ i & -5 & 3 \\ 1-2i & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

Mengekspansi nilai determinan matriks Hermite A sepanjang baris pertama :

$$\begin{aligned}
 \det(A) &= a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} \\
 \det(A) &= a_{11}(-1)^{1+1}|M_{11}| + a_{12}(-1)^{1+2}|M_{12}| + a_{13}(-1)^{1+3}|M_{13}| \\
 &= a \begin{vmatrix} f & g+hi \\ g-hi & j \end{vmatrix} - (b+ci) \begin{vmatrix} b-ci & g+hi \\ d-ei & j \end{vmatrix} + (d+ei) \begin{vmatrix} b-ci & f \\ d-ei & g+hi \end{vmatrix} \\
 &= 1 \begin{vmatrix} -5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} - (-i) \begin{vmatrix} i & 3 \\ 1-2i & 2 \end{vmatrix} + (1+2i) \begin{vmatrix} i & -5 \\ 1-2i & 3 \end{vmatrix} \\
 &= -19 + i(2i - 3 + 6i) + (1+2i)(3i + 5 - 10i) \\
 &= -19 + i(8i - 3) + (1+2i)(-7i + 5) \\
 &= -19 - 8 - 3i - 7i + 5 + 14 + 10i \\
 &= -19 - 8 + 5 + 14 - 3i - 7i + 10i \\
 &= -8
 \end{aligned}$$

Jadi, $\det(A)$ adalah -8 .

Matriks Hermite Ordo 4

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & b+ci & d+ei & f+gi \\ b-ci & h & j+ki & l+mi \\ d-ei & j-ki & n & o+pi \\ f-gi & l-mi & o-pi & q \end{bmatrix}$$

dengan $a, b, c, d, e, f, g, h, j, k, l, m, n, o, p, q = \text{ril}, i = \text{imaginer}$. Menentukan nilai determinan matriks Hermite B orde 4 dengan menggunakan metode ekspansi Laplace adalah mengekspansi matriks B menjadi ordo 2 kemudian dicari nilai determinannya.

Sebagai berikut :

Ekspansi Laplace sepanjang baris :

Baris pertama, diperoleh det (A) : $a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} + a_{14}C_{14}$

Baris kedua, diperoleh det (A) : $a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + a_{23}C_{23} + a_{24}C_{24}$

Baris ketiga, diperoleh det (A) : $a_{31}C_{31} + a_{32}C_{32} + a_{33}C_{33} + a_{34}C_{34}$

Baris keempat, diperoleh det (A) : $a_{41}C_{41} + a_{42}C_{42} + a_{43}C_{43} + a_{44}C_{44}$

Ekspansi Laplace sepanjang kolom :

Kolom pertama, diperoleh det (A) : $a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + a_{31}C_{31} + a_{41}C_{41}$

Kolom kedua, diperoleh det (A) : $a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + a_{32}C_{32} + a_{42}C_{42}$

Kolom ketiga, diperoleh det (A) : $a_{13}C_{13} + a_{23}C_{23} + a_{33}C_{33} + a_{43}C_{43}$

Kolom keempat, diperoleh det (A) : $a_{14}C_{14} + a_{24}C_{24} + a_{34}C_{34} + a_{44}C_{44}$

Menentukan nilai determinan matriks Hermite ordo 4 ini beserta langkah-langkahnya akan ditunjukkan dengan mengambil misal matriks Hermite **B** diekspansi Laplace sepanjang baris pertama sehingga diperoleh pula masing-masing kofaktornya.

$$B = \begin{bmatrix} a & b + ci & d + ei & f + gi \\ b - ci & h & j + ki & l + mi \\ d - ei & j - ki & n & o + pi \\ f - gi & l - mi & o - pi & q \end{bmatrix}$$

Mengekspansi matriks Hermite **B** sepanjang baris pertama

$$Det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + a_{13}C_{13} + a_{14}C_{14}$$

$$\begin{aligned} Det(A) &= a_{11}(-1)^{1+1}|M_{11}| + a_{12}(-1)^{1+2}|M_{12}| + a_{13}(-1)^{1+3}|M_{13}| + a_{14}(-1)^{1+4}|M_{14}| \\ &= a \begin{vmatrix} h & j + ki & l + mi \\ j - ki & n & o + pi \\ l - mi & o - pi & q \end{vmatrix} - (b + ci) \begin{vmatrix} b - ci & j + ki & l + mi \\ d - ei & n & o + pi \\ f - gi & o - pi & q \end{vmatrix} \\ &\quad + (d + ei) \begin{vmatrix} b - ci & h & l + mi \\ d - ei & j - ki & o + pi \\ f - gi & l - mi & q \end{vmatrix} - (f + gi) \begin{vmatrix} b - ci & h & j + ki \\ d - ei & j - ki & n \\ f - gi & l - mi & o - pi \end{vmatrix} \\ &= a \left[h \begin{vmatrix} n & o + pi \\ o - pi & q \end{vmatrix} - (j + ki) \begin{vmatrix} j - ki & o + pi \\ l - mi & q \end{vmatrix} + (l + mi) \begin{vmatrix} j - ki & n \\ l - mi & o - pi \end{vmatrix} \right] + \\ &\quad - (b + ci) \left[(b - ci) \begin{vmatrix} n & o + pi \\ o - pi & q \end{vmatrix} - (j + ki) \begin{vmatrix} d - ei & o + pi \\ f - gi & q \end{vmatrix} \right] \\ &\quad + (d + ei) \left[(b - ci) \begin{vmatrix} j - ki & o + pi \\ l - mi & q \end{vmatrix} - h \begin{vmatrix} d - ei & o + pi \\ f - gi & q \end{vmatrix} + (l + mi) \begin{vmatrix} d - ei & j - ki \\ f - gi & l - mi \end{vmatrix} \right] \\ &\quad - (f + gi) \left[(b - ci) \begin{vmatrix} j - ki & n \\ l - mi & o - pi \end{vmatrix} - h \begin{vmatrix} d - ei & n \\ f - gi & o - pi \end{vmatrix} + (j + ki) \begin{vmatrix} d - ei & j - ki \\ f - gi & l - mi \end{vmatrix} \right] \\ &= a \begin{bmatrix} h n q - h o^2 - h p^2 - j^2 q + j k q i + j l o + j m o i + j l p i + j m p - j k q + \\ -k^2 q + k l o i + + k m o i - k l p + k m p i + j l o - j l p i - k l o i - k l p + \\ -l^2 n + l m n i + j m o i + j m p + k m o \pm k m p i - l m n i - m^2 n \end{bmatrix} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -(b + ci) \left[\begin{array}{l} bnp - bo^2 - bp^2 + cnp - co^2i - cp^2i - djq + eqi + fjo - gjo + fjpi + \\ +gjp - dkqi - ekq + fko + gkoi - fkp + gkp + dlo - dlpi - eloi + \\ -elp - fln + fgli + dmoi + dmp - emoi - empi - fmni - fgm \end{array} \right] \\
 & +(d + ei) \left[\begin{array}{l} bjq - bkqi - blo + bmoi - blpi - bmp - cqi - ckq + cloi + \\ +cmo + -clp - cmp - hqi + ehqi + fho - hlogi + fhpi - fhq + \\ +dl^2 - dlmi + -el^2i - elm - fjl + gjl + fkli + gkl + dm^2 + \\ +elm - em^2i - fjmi - gjm - fkm + gkmi \end{array} \right] \\
 & +(f + gi) \left[\begin{array}{l} bjo - bjpi - bkoi - bkp - bln + bmni - cjo - cjp - cko \\ +ckpi + clni + cmn - hdo + dgpi + ehqi + ehpi + fhn - ghni \\ +djl - djmi - ejli - ejm - fj^2 + gj^2i + jkfi + gjk + dkli + \\ +dkm + ekl + -ekmi - fjki - gjk - fk^2 + gk^2 \end{array} \right] \\
 = & \left(\begin{array}{l} ahnq - aho^2 - ahp^2 - aj^2q + 2ajlo + 2ajmp - ajkq - ak^2q - 2aklp - al^2n + \\ +akmo - am^2n - b^2np + b^2o^2 + b^2p^2 - bcnp + bdjq - 2bfjo - bgjp + 2bekq + \\ -bfko + bfkp - bgkp - 2bdlo + 2belp + bfln - 2bdmp + bfgm - c^2o^2 - c^2p^2 + \\ +2cejq - cgjo + cfjp - 2cdkq + 2cgkol - 2cdlp - celo + cegl + 2cdmo + cemo + \\ -cemp - 2cfmn + bdjq - cdmp + dfho - dfhg + d^2l^2 - dfjl + dgjl + 2dgklo + \\ +d^2m^2 - dgjm - dfkm + 2ehog - efhp + e^2l^2 - efklo + 2efjm - egkm + \\ -bfjo + bfkp + bfln + cfjp + cfko + fhdo - efhp - f^2hn - dfjl + f^2j^2 - efkl + \\ -fgk^2 - bgjp - bgko + bgmn - cgjo + cgkp + cgl + dghp - g^2hn - dgjm + \\ -egjl - fgj^2i + g^2j^2 + gjkf - egkm \end{array} \right) \\
 & + \left(\begin{array}{l} ajkq + akmo + bco^2 + bcp^2 - bgko + bdlp - bfgl + 2bemp - bcnp + \\ +bco^2 + c^2p^2 - c^2np - cfko - cgkp - cdmp + cfgm - d^2lm - del^2 + \\ +dfkli + cemo - cemp - efhg + edl^2 - efjl + egjl - egjm + bgl + \\ -cgmn - eghp - dgjl + egjm - fgjk + g^2jk + fgk^2 - g^2k^2 \end{array} \right) i
 \end{aligned}$$

Misal :

Diketahui matriks Hermite **B**ordo 4

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -i & 1 - 2i & -2i \\ i & -2 & -3i & 2 - 3i \\ 1 + 2i & 3i & 1 & 2 \\ 2i & 2 + 3i & 2 & -2 \end{bmatrix}$$

Akan ditentukan nilai determinan matriks Hermite **B** dengan menggunakan metode ekspansi Laplace sepanjang baris atau kolom sebarang.

Mengekspansi matriks Hermite **B** sepanjang kolom pertama

$$\begin{aligned}
 \text{Det } (\mathbf{B}) &= a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + a_{31}C_{31} + a_{41}C_{41} \\
 &= a_{11}(-1)^{1+1}|M_{11}| + a_{21}(-1)^{2+1}|M_{21}| + a_{31}(-1)^{3+1}|M_{31}| + a_{41}(-1)^{4+1}|M_{41}| \\
 &= 1 \begin{vmatrix} -2 & -3i & 2 - 3i \\ 3i & 1 & 2 \\ 2 + 3i & 2 & -2 \end{vmatrix} - i \begin{vmatrix} -i & 1 - 2i & -2i \\ 3i & 1 & 2 \\ 2 + 3i & 2 & -2 \end{vmatrix} + \\
 &+ (1 + 2i) \begin{vmatrix} -i & 1 - 2i & -2i \\ -2 & -3i & 2 - 3i \\ 2 + 3i & 2 & -2 \end{vmatrix} - 2i \begin{vmatrix} -1 & 1 - 2i & -2i \\ -2 & -3i & 2 - 3i \\ 3i & 1 & 2 \end{vmatrix}
 \end{aligned}$$

Mengekspansi masing-masing sub-determinan (3×3) sepanjang kolom pertama, diperoleh :

$$\begin{aligned}
 &= 1 \left[-2 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} - 3i \begin{vmatrix} -3i & 2-3i \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + (2+3i) \begin{vmatrix} -3i & 2-3i \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right] \\
 &\quad - i \left[-i \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} - 3i \begin{vmatrix} 1-2i & -2i \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + (2+3i) \begin{vmatrix} 1-2i & -2i \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right] + \\
 &\quad + (1+2i) \left[-i \begin{vmatrix} -3i & 2-3i \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1-2i & -2i \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + (2+3i) \begin{vmatrix} 1-2i & -2i \\ -3i & 2-3i \end{vmatrix} \right] \\
 &\quad - 2i \left[-i \begin{vmatrix} -3i & 2-3i \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1-2i & -2i \\ 2 & -2 \end{vmatrix} + 3i \begin{vmatrix} 1-2i & -2i \\ -3i & 2-3i \end{vmatrix} \right]
 \end{aligned}$$

Mengalikan elemen-elemen baris atau kolom dari matriks **B** yang telah pilih dengan masing-masing kofaktornya sampai diperoleh sub matriks ordo 2.

$$\begin{aligned}
 &= 1[-2(-6) - 3i(6i - 4 + 6i) + (2 + 3i)(-6i - 2 + 3i)] \\
 &\quad - i[-i(-6) - 3i(-2 + 8i) + (2 + 3i)(2 + 2i)] \\
 &\quad + (1 + 2i)[-i(12i - 4) + 2(8i - 2) + (2 + 3i)(2 - 7i)] \\
 &\quad - 2i[-i(-3i - 2) + 2(2 - 2i) + 3i(2 - 7i)] \\
 &= 84
 \end{aligned}$$

Jadi *Det (B)* adalah 84.

Dalam Penelitian ini, *software* yang digunakan adalah *microsoft Visual Basic 6.0*. Langkah pertama yang dilakukan dalam membuat sebuah program komputer adalah membuat algoritma dari determinan matriks Hermite menggunakan metode ekspansi Laplace. Algoritma tersebut memuat langkah-langkah penyelesaian masalah secara sistematis dan ditulis dalam bahasa pemrograman. Berikut adalah algoritma dan *flowchart* untuk menentukan nilai determinan matriks Hermite ordo 3 menggunakan metode ekspansi Laplace.

Berikut ini adalah algoritma untuk menentukan nilai determinan matriks Hermite ordo 3 menggunakan metode ekspansi Laplace, yaitu (1) menginisialisasikan atau mendefinisikan *a, b, c, d, f, g, h, j*, *DETRIL* dan *DETIM* As Single (tipe data numerik yang mempunyai ukuran 4 byte), (2) menginput nilai *a, b, c, d, f, g, h, j* ke dalam matriks, (3) kemudian menghitung nilai determinan matriks Hermite dengan rumus :

$$\begin{aligned}
 \text{DETRIL} &= afj - ag^2 - ah^2 - b^2j - c^2j - d^2f + 2bdg + 2beh + 2ceg - 2cdh + \\
 &\quad + beg - ceh
 \end{aligned}$$

DETIM = $(ch - bg)e$. Dan (4) mencetak nilai determinan matriks Hermite ordo 3. (5) Selesai.

Berikut ini adalah algoritma untuk menentukan nilai determinan matriks Hermite ordo 3 menggunakan metode ekspansi Laplace, yaitu (1) menginisialisasikan atau mendefinisikan *a, b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n, o, p, q*, *DETRIL* dan *DETIM* As Single (tipe data numerik yang mempunyai ukuran 4 byte), (2) menginput nilai *a, b, c, d, f, g, h, j, l, m, n, o, p, q* ke dalam matriks. (3) Menghitung nilai determinan matriks Hermite dengan rumus;

sebagai berikut :

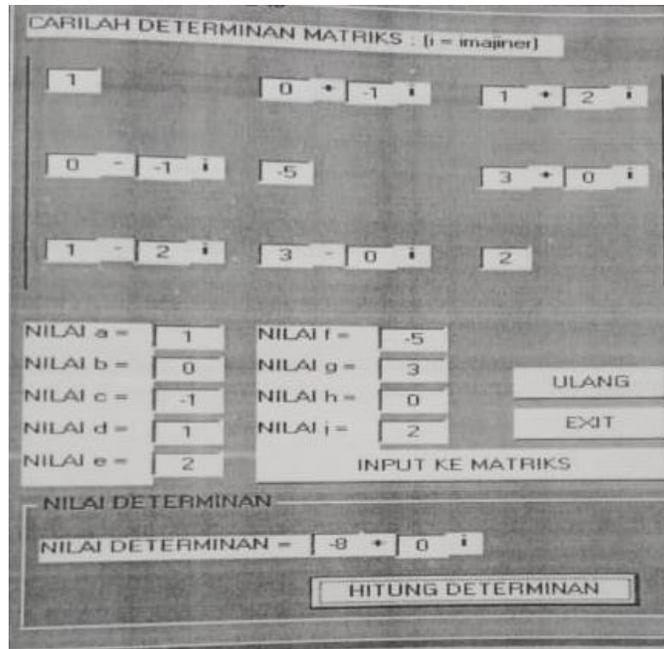
$$\begin{aligned}
 DETRIL &= ahnq - aho^2 - ahp^2 - aj^2q - 2ajlo + 2ajmp - ajkq - ak^2q - 2aklp - al^2n + \\
 &\quad + akmo - am^2n - b^2np + b^2o^2 + b^2p^2 + bcnp + bdjq - 2bfjo - bgjp + \\
 &\quad + 2bekq - bfko + bfkp - bgkp - 2bdlo + 2belp + bfln - 2bdmp + bfgm + \\
 &\quad - c^2o^2 - c^2p^2 + 2cejq - cgjo + cfjp - 2cdkq + 2cgkol - 2cdlp - 2celo + cfgl + \\
 &\quad + 2cdmo + cemo - cemp - 2cfmn + bdjq - cdmp + dfho - dfhg + d^2l^2 + \\
 &\quad - dfjl + dgjl + 2dgkl + d^2m^2 - dgjm - dfkm + e^2hq + 2ehog - efhp + e^2l^2 + \\
 &\quad - efkl + 2efjm - egkm - bfjo + bfkp + bfln + cfjp + cfko + fhdo - efhp + \\
 &\quad - efhp - f^2hn - dfjl + f^2j^2 - efkl + f^2k^2 - fgk^2 - bgjp - bgko + bgmn + \\
 &\quad - cgjo + cgkp + cgl n + dghp - g^2hn - dgjm - egjl - fgj^2i + g^2j^2 + gjkf + \\
 &\quad - egkm \\
 DETIM &= \begin{pmatrix} ajkq + akmo + bco^2 + bcp^2 - bgko + bdlp - bfgl + 2bemp + \\ -bcnp + bco^2 + c^2p^2 - c^2np - cfko - cgkp - cdmp + \\ +cfgm - d^2lm - del^2 + dfkl + cemo + -cemp - efhg + edl^2 - efjl + \\ +egjl - egjm + bfko + efjl + -fgj^2 - dfkl + +bgkp + bgln + \\ -cgmn - eghp - dgjl + egjm - fgjk^2 - g^2k^2 \end{pmatrix} i
 \end{aligned}$$

kemudian (4) mencetak nilai determinan matriks Hermite ordo 3, dan (5) selesai.

Berdasarkan algoritma yang telah dibuat, maka selanjutnya penulis merancang dan menuliskan program dengan menggunakan *Microsoft Visual Basic 6.0*. Langkah terakhir yang dilakukan setelah menulis program, adalah menguji program tersebut. Pengujian pertama adalah apakah program berhasil dikompilasi dengan baik. Pengujian berikutnya apakah program dapat menampilkan *output* yang diinginkan.

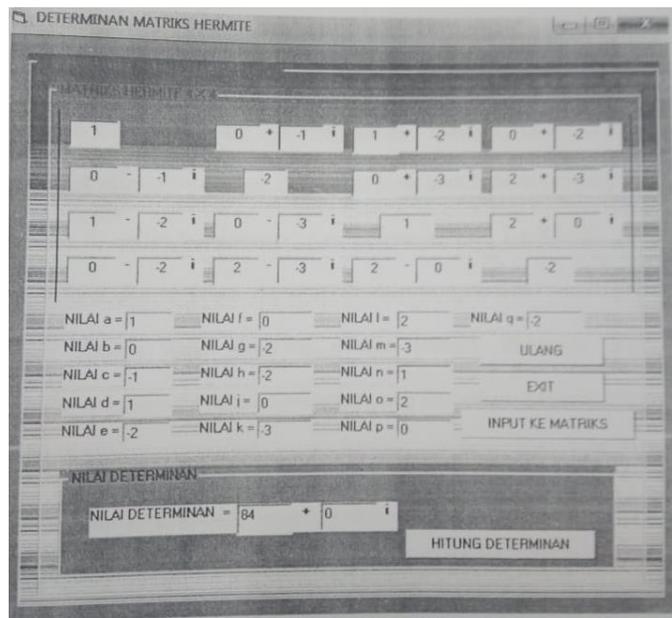
Pembahasan

Penggunaan metode ekspansi Laplace pada perhitungan determinan matriks sesuai dengan pemisalan matriks Hermite **A** pada hasil, yang diekspansi Laplace sepanjang baris pertama. Sedangkan pada matriks Hermite **B** menggunakan ekspansi sepanjang kolom pertama. Perlu ditekankan, bahwa menentukan nilai determinan matriks menggunakan metode ekspansi Laplace, diekspansi sepanjang baris atau kolom apapun, tetap akan memperoleh nilai determinan yang sama. Pada matriks Hermite **A** diperoleh nilai $Det(A) = 8$, selanjutnya adalah melihat kesesuaian antara hasil perhitungan manual yang telah dijabarkan dan dengan hasil perhitungan menggunakan *Microsoft Visual Basic 6.0*. Berikut ini adalah tampilan *output* determinan matriks Hermite ordo 3 dengan menggunakan bantuan *Microsoft Visual Basic 6.0* setelah program dijalankan (*run*).



Gambar 1. Output Determinan Matriks Hermite Ordo 3

Gambar 1. menunjukkan hasil perhitungan nilai determinan matriks Hermite menggunakan metode ekspansi dengan *Microsoft Visual Basic 6.0* adalah -8, seperti yang telah dijabarkan pada perhitungan manual pada subbab sebelumnya, juga diperoleh nilai determinan matriks Hermite ordo 3 yaitu -8.



Gambar 2. Output Determinan Matriks Hermite Ordo 4

Berdasarkan hasil uraian perhitungan manual matriks Hermite B dengan menggunakan Laplace sepanjang kolom pertama, akan ditunjukkan bahwa nilai determinan yang diperoleh dengan menggunakan metode ekspansi Laplace tanpa bantuan *software* dan dengan bantuan *Microsoft Visual Basic 6.0* adalah sama.

Gambar 2. menunjukkan *output* matriks Hermite B yang berordo 4 menggunakan *Microsoft Visual Basic 6.0* adalah $84 + i$, jika dibandingkan dengan hasil perhitungan secara manual, maka dapat dinyatakan bahwa *output* perhitungan determinan matriks Hermite dengan menggunakan metode ekspansi Laplace secara manual dan dengan bantuan program *Microsoft Visual Basic 6.0* adalah sama.

KESIMPULAN

Berdasarkan rumusan dan batasan permasalahan serta uraian pada pembahasan serta uraian pada pembahasan, dapat disimpulkan bahwa menghitung nilai determinan suatu matriks Hermite dengan menggunakan metode ekspansi Laplace adalah dengan mengekspansi matriks yang akan dicari nilai determinannya menjadi sub determinan matriks ordo 2 yaitu dengan mengalikan elemen-elemen dari suatu baris dan kolom yang dipilih sembarang dengan kofaktor-kofaktornya dan menambahkan hasil-hasil perkalian yang dihasilkan dan ekspansi dapat diberhentikan sampai determinan menjadi ordo 2 yang nilainya dapat dihitung dengan mudah. Ekspansi dapat dilakukan sepanjang baris atau kolom manapun yang termudah. Metode ekspansi Laplace dapat digunakan untuk menentukan determinan matriks ordo $n \times n$ menjadi perhitungan n kofaktor, yang masing-masing berordo $(n - 1)$, namun pada penelitian ini hanya dibatasi pada matriks Hermite dengan ordo 3. Strategi perhitungan terbaik untuk menghitung determinan matriks Hermite dengan menggunakan metode ekspansi Laplace adalah dengan mengekspansi sebuah baris atau kolom yang mempunyai bilangan nol terbanyak sehingga memudahkan perhitungan.

Menghitung nilai determinan matriks Hermite sampai ordo ke-4 menggunakan metode ekspansi Laplace dengan bantuan program *microsoft visual basic 6.0* lebih memudahkan dalam menentukan nilai determinan matriks yang berordo besar. Berikut ini adalah langkah-langkah menghitung nilai determinan matriks Hermite menggunakan metode ekspansi Laplace dengan *microsoft visual basic 6.0* ; (1) Menginisialisasikan atau mendefinisikan semua entri-entri matriks Hermite. (2) Memasukkan nilai-nilai matriks Hermite yang akan dihitung nilai determinan ke dalam matriks. (3) Menghitung determinan matriks Hermite menggunakan

metode ekspansi Laplace, seperti pada hasil akhir yang diperoleh para perhitungan manual, kemudian dimasukkan ke dalam *listing* program. (4) Diperoleh nilai determinan matriks Hermite ordo 3.

Sebagai saran, pada penelitian ini penulis hanya membahas mengenai metode ekspansi Laplace dalam menghitung nilai determinan matriks Hermite ordo 3, secara manual dan dengan bantuan program *microsoft visual basic 6.0*. Sebagai saran dan pengembangan dari penelitian ini, maka perhitungan nilai determinan menggunakan metode ekspansi Laplace dapat diterapkan pada matriks Hermite yang berordo $n \times n$. Dan juga dapat pula menggunakan perangkat-perangkat lunak lainnya seperti *Turbo Pascal* dan lain sebagainya.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada bapak Sulaiman, M.Kom atas arahan yang diberikan kepada penulis, khususnya dalam perancangan dan pembuatan pemrograman *Microsoft Visual Basic 6.0* ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H dan Rorres, C. 2004. *Aljabar LinierElementer Edisi Kedelapan Jilid 1*. (Terjemahan oleh Refina Indriasari). Jakarta : Erlangga.
- Wanto, Yus., Subari. (2003). *Panduan Lengkap Pemrograman Visual Basic 6.0*. Jakarta : Cerdas Pustaka Publisher.
- Herlim. (2007). *Metode Ekspansi Laplace dalam Menentukan Nilai Determinan Suatu Matriks*. Tanggal Akses : 5 Maret 2013.